

20. úloha (pátek 20. 12. 2024)

Je dána čtvercová tabulka 3x3. Obarvěte jednotlivá políčka tabulky tak, aby v každém sloupci, v každém řádku i v každé úhlopříčce byla všechna tři políčka obarvená různými barvami.

Jaký nejmenší počet barev stačí ke splnění tohoto úkolu?

?	?	?
?	?	?
?	?	?

Řešení: 5

Počet správných odpovědí: 21

Postup: Pro jednoduchost označíme různé barvy postupně různými čísly 1, 2, 3 atd. a budeme se ptát, jaký nejmenší počet čísel potřebujeme, aby v každém řádku, sloupci i úhlopříčce ležela různá čísla. Nejprve ukážeme, že tabulka splňující zadání existuje již pro čísla 1 až 5, jedno z možných vyplnění je následující:

2	3	4
4	1	2
3	4	5

Zbývá ukázat, že menším počtem různých čísel tabulku vyplnit nelze. Vyplníme-li nejprve prostřední pole, pak si můžeme všimnout, že dané číslo 1 již nelze použít na žádném z dalších polí (neboť by se v některém řádku, sloupci či úhlopříčce vyskytovaly dvě 1). Pokud nyní vyplníme první řádek různými čísly, obdržíme:

2	3	4
	1	

Nyní potřebujeme doplnit čísla do dolních rohů tabulky tak, aby v úhlopříčkách byla různá čísla. Jak v levém, tak pravém rohu by však musela být nutně 3 (neboť čísla 1, 2 a 4 leží buď ve stejné úhlopříčce, nebo krajním sloupci. To ale není možné, neboť by pak byly dvě 3 v posledním řádku. Musíme proto použít další číslo 5, díky čemuž již tabulku vyplnit lze, jak jsme si ukázali výše.

2	3	4
	1	
3		5