

12. úloha (čtvrtek 12. 12. 2024)

(zadání pro NG)

Určete, kolika nulami končí číslo $25! = 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$.

(zadání pro VG)

Určete, kolika nulami končí číslo $250! = 250 \cdot 249 \cdot 248 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$.

(Symbol ! se čte jako „faktoriál“, např. $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.)

Řešení: 6 (NG), 62 (VG)

Počet správných odpovědí: 21

Postup: Počet nul na konci libovolného čísla odpovídá počtu 10 v jeho rozkladu na součin. Přitom $10 = 2 \cdot 5$ a jelikož každé druhé číslo v rozepsaném součinu na pravé straně je sudé (dělitelné dvěma), stačí nám určit počet 5 v rozkladu, neboť 2 k nim bude výrazně více. Spočítáme tedy všechny násobky 5 mezi čísly na pravé straně, některé však započítáme vícekrát. Bude se jednat o násobky $25 = 5 \cdot 5$, které započítáme dvakrát (obsahují dvě pětky) a násobky $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$, které započítáme dokonce třikrát (obsahují tři pětky).

(NG) Násobky 5 v rozkladu na pravé straně jsou čísla: 5, 10, 15, 20, 25, přitom 25 obsahuje v rozkladu dvě pětky, proto ji započítáme dvakrát. Proto číslo $25!$ končí celkem 6 nulami.

(VG) Násobků 5 v rozkladu na pravé straně je celkem $250 : 5 = 50$, každý pátý z nich (čísla 25, 50, 75 atd.) započítáme dvakrát, každý dvacátý pátý (čísla 125, 250) dokonce třikrát. Proto číslo $250!$ končí celkem $50 + 10 + 2 = 62$ nulami.