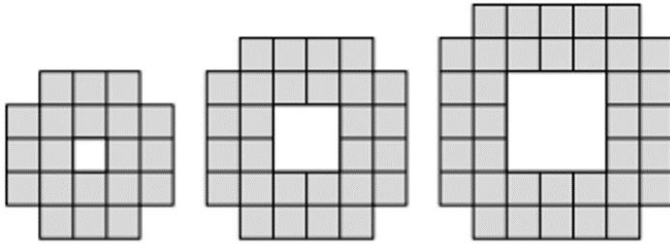


11. úloha (středa 11. 12. 2024)

Kolik malých čtverečků potřebujeme, abychom vytvořili desátý člen posloupnosti, jejíž první tři členy vidíme na obrázku?



Řešení: 92

Počet správných odpovědí: 32

Postup: Čtverečky můžeme spočítat více různými způsoby, stačí si např. nakreslit obrazec, který odpovídá desátému členu, případně se zamyslet, kolik čtverečků budou mít postupně jeho jednotlivé řádky (a využít např. symetrie obrazce).

Ukažme si však matematický postup využívající posloupnosti. Nejprve se zamyslíme, jaké jsou počty čtverečků ve třech uvedených obrazcích (první tři členy posloupnosti), a poté odvodíme vzorec udávající počet čtverečků v libovolném takovém obrazci (a tedy i desátém členu posloupnosti). Budeme uvažovat tak, že vždy vezmeme počet malých čtverečků v celém velkém čtverci a odečteme čtverečky ve vnitřním menším čtverci a také 4 čtverečky v rozích. Počty čtverečků jsou postupně následující:

1. obrazec ... $5^2 - 1^2 - 4 = 20$

2. obrazec ... $6^2 - 2^2 - 4 = 28$

3. obrazec ... $7^2 - 3^2 - 4 = 36$

...

n . obrazec ... $(n + 4)^2 - n^2 - 4 = n^2 + 8n + 16 - n^2 - 4 = 8n + 12$

A tedy speciálně 10. obrazec bude obsahovat $8 \cdot 10 + 12 = 92$ čtverečků.

Závěrem poznamenejme, že ke stejnému závěru jsme mohli dojít také pozorováním, že počet čtverečků sousedních obrazců (členů posloupnosti) se zvětšuje vždy o 8. Jedná se totiž o tzv. aritmetickou posloupnost, v níž je rozdíl libovolných dvou sousedních členů stále stejný (konstantní).