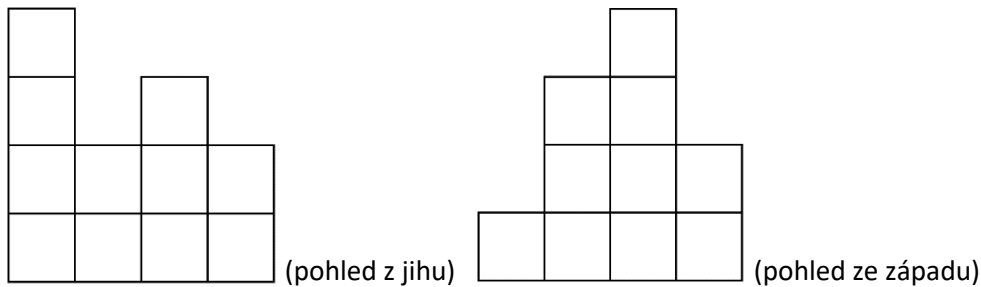


7. úloha (sobota 7. 12. 2024)

Pětiletý Karlík Gauss si hrál s dřevěnými kostkami, ze kterých skládal sloupce na podklad tvaru čtverce 4×4 . Všiml si, že když se na svoji stavbu podívá postupně z jihu a západu, uvidí následující:



(zadání pro NG) Určete maximální možný počet kostek ve stavbě.

(zadání pro VG) Určete součet maximálního a minimálního možného počtu kostek ve stavbě (na některých polích nemusí být žádné sloupce).

Řešení: 33 (NG), 45 (VG)

Počet správných odpovědí: 21

Postup: Ke čtvercovému plánu připišeme k řádkům a sloupcům čísla, která odpovídají výšce nejvyšší věže v daném řádku či sloupci (podle pohledů z jihu a západu). Obdržíme tím schéma:

1				
3				
4				
2				
	4	2	3	2

(NG) Chceme-li na stavbu použít co nejvíce kostek, snažíme se řádky a sloupce naplnit kostkami až do jejich maximální kapacity. Postupujeme přitom od řádků a sloupců s nejnižším číslem, tj. jako první obsadíme první řádek samými 1, dále řádek a sloupce s 2 atd. Pokud bychom totiž zaplnili např. nejprve první sloupec samými 4 (do jeho maximální možné kapacity), pak by jistě pohled ze západu obsahoval samé věže o výšce 4. Tabulku tedy vyplníme tak, aby v každém poli leželo menší z čísel, které mají u sebe daný řádek a sloupec.

1	1	1	1	1
3	3	2	3	2
4	4	2	3	2
2	2	2	2	2
	4	2	3	2

Maximální počet použitých kostek obdržíme jako součet všech čísel v tabulce, tj. 33.

(VG) Zjistíme ještě nejmenší možný počet použitých kostek. Řádky a sloupce budeme tedy plnit kostkami do jejich minimální kapacity. Ta je dána v nejlepším možném případě samými 0 a jedním číslem, které má u sebe daný řádek či sloupec. Abychom minimalizovali celkový počet použitých kostek, tak začneme od nejvyšších čísel a budeme je psát do polí, kde se potkají příslušný řádek a sloupec. Nejprve tedy do tabulky napíšeme jednu 4, kde se protnou řádek a sloupec se 4, dále 3 a 2 analogickým způsobem. Zbývá ještě obsadit první řádek jednou 1 a jeden ze sloupců jednou 2. To můžeme učinit více způsoby, jeden z nich ukazuje následující tabulka:

1	0	0	0	1
3	0	0	3	2
4	4	0	0	0
2	0	2	0	0
	4	2	3	2

Minimální počet použitých kostek je tedy 12 a součet minimálního a maximálního počtu se rovná 45.