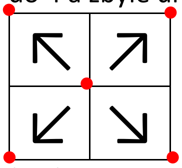
3. úloha (úterý 3. 12. 2024)

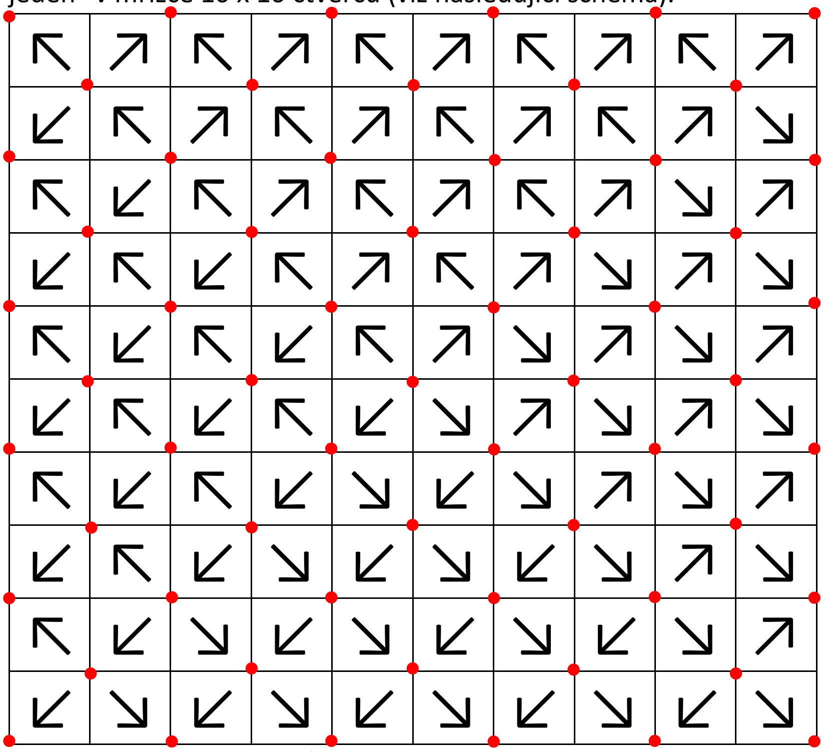
Blecha skáče úhlopříčně po mřížových bodech čtverečkové sítě, přičemž jedním skokem (↖, nebo ↗, nebo ↘, nebo ↙) se vždy dostane do jednoho ze 4 „úhlopříčně nejbližších“ bodů. **Určete, v kolika mřížových bodech může blecha skončit:**
(zadání pro NG) po nejvýše pěti skocích (nemusí tedy skočit vůbec, nebo může učinit 1 až 5 skoků).
(zadání pro VG) po právě pěti skocích.

Řešení: 61 (NG), 36 (VG)
Počet správných odpovědí: 29

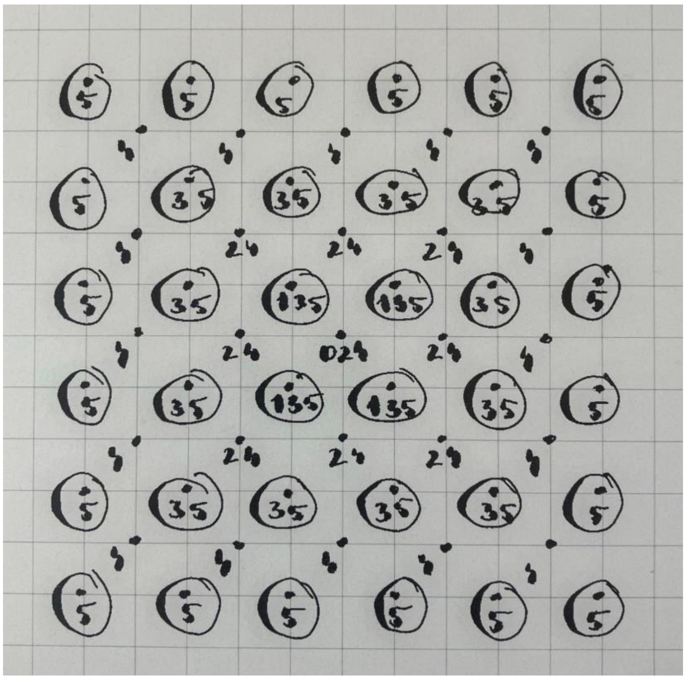
Postup: Pro obě varianty zadání platí, že se blecha nikdy nemůže dostat do žádné dvojice mřížových bodů, které jsou spojeny stranou čtverce, tj. z okolních 8 mřížových bodů se vždy může dostat pouze do 4 a zbylé určitě nikdy nenavštíví (viz obrázek).



(NG) Po nejvýše 5 skocích se blecha může dostat do každého z mřížových bodů, které leží vždy „ob jeden“ v mřížce 10 x 10 čtverců (viz následující schéma).



Blecha se samozřejmě může pohybovat i směrem zpět, to nás však v této části zadání nemusí zajímat. Celkový počet mřížových bodů, kam se může dostat, je tedy roven 61 (lze např. získat jako součet bodů v řádcích $6 \cdot 6 + 5 \cdot 5$, nebo jako součet bodů na obvodech čtverců $1 + 4 + 8 + 12 + 16 + 20$).
(VG) Můžeme vycházet z řešení úlohy pro NG, přičemž si stačí uvědomit, že v některých mřížových bodech blecha po právě 5 skocích nemůže skončit. Přehledně to demonstruje následující schéma, v němž je u každého mřížového bodu vyznačeno, po kolika skocích v něm lze skončit:



Vidíme, že všechny body, u nichž je číslo 5, tvoří dohromady čtverec a je jich celkem 6 · 6 = 36.